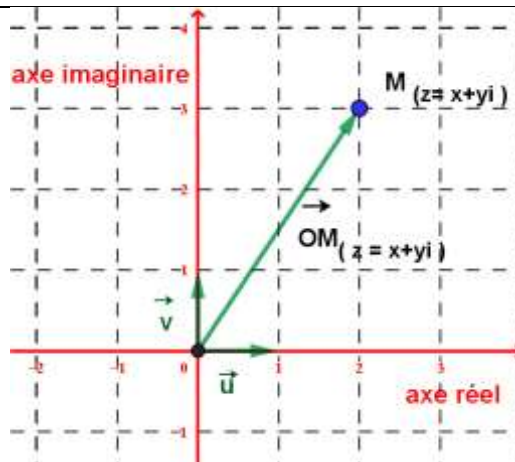




Nombre complexe

- Le nombre de la forme  $z = a + bi$  tel que  $a \in \mathbb{R}$  et  $b \in \mathbb{R}$  s'appelle nombre complexe .
- $a = \text{Re}(z)$  partie réelle de  $z$  ;  $b = \text{Im}(z)$  partie imaginaire de  $z$  .
- $z = a \in \mathbb{R}$  s'appelle réel pur ;  $z = bi$  ; ( $b \in \mathbb{R}^*$ ) s'appelle nombre complexe imaginaire pur
- $\bar{z} = a - bi$  s'appelle le conjugué de  $z = a + bi$  .
- $\mathbb{C}$  est l'ensemble des nombres complexes .  $\mathbb{C}$  est muni des opérations l'addition et la multiplication qui prolongent les mêmes opérations dans  $\mathbb{R}$  ont mêmes propriétés que dans  $\mathbb{R}$  . le reste de la leçon on considéré  $z = x + yi$  et  $z' = x' + y'i$  de  $\mathbb{C}$  ( $a \in \mathbb{R}$  et  $b \in \mathbb{R}$  )
- ❖ Addition dans  $\mathbb{C}$  :  $z + z' = x + yi + x' + y'i = (x + x') + (y + y')i$  .  $x, y; x'$  et  $y' \in \mathbb{R}$
- ❖ Multiplication dans  $\mathbb{C}$  :  $z \times z' = (x + yi) \times (x' + y'i) = (xx' - yy') + (xy' + yx')i$  .  
cas particulier  $k \in \mathbb{R}$  :  $k.z = k.(x + yi) = kx + kyi$
- ❖ L'inverse de  $z = a + bi \neq 0$  ( $(a, b) \neq (0, 0)$ ) :  
$$\frac{1}{z} = \frac{1}{x + yi} = \frac{1 \times \bar{z}'}{z \times \bar{z}'} = \frac{1 \times (x' - y'i)}{(x' + y'i)(x' - y'i)} = \frac{x'}{x'^2 + y'^2} - \frac{y'}{x'^2 + y'^2} i .$$
- ❖ Le quotient de  $z$  par  $z'$  : 
$$\frac{z}{z'} = \frac{x + yi}{x' + y'i} = \frac{z \times \bar{z}'}{z' \times \bar{z}'} = \frac{1}{z' \times \bar{z}'} \times z \times \bar{z}'$$
  
$$= \frac{1}{x'^2 + y'^2} \times (x + yi)(x' - y'i) = \frac{xx' + yy'}{x'^2 + y'^2} + \frac{yx' - xy'}{x'^2 + y'^2} i$$

Présentation géométrique d'un nombre complexe



Le plan (P) est muni d'un repère orthonormé direct  $(0, \vec{u}, \vec{v})$  .

- A tout nombre complexe  $z = x + yi$  de  $\mathbb{C}$  on lui associe le point  $M(x, y)$  de (P) c.à.d. :

$$f: \mathbb{C} \rightarrow (P)$$

$$z = x + yi \mapsto f(z) = f(x + yi) = M(x, y) \text{ (ou bien } \vec{OM} = x\vec{u} + y\vec{v}\text{)}$$


❖ Dans ce cas :

- Le plan (P) est appelé le plan complexe .
- le point  $M(x, y)$  est l'image du complexe  $z = x + yi$  .
- on note  $M_{(z)}$  ou  $M_{(x+yi)}$  on lit le point M d'affixe  $z$  .de même pour le vecteur  $\vec{OM}_{(z)}$  .
- on note aussi  $z_M$  on lit  $z$  est l'affixe de M . de même pour  $z_{\vec{OM}}$  .
- Si  $z = a \in \mathbb{R}$  alors M est sur l'axe des abscisses sera nommé axe réel .
- Si  $z = bi$  , ( $b \in \mathbb{R}$ ) alors M est sur l'axe des ordonnées sera nommé axe imaginaire .




Propriétés des affixes	<p><math>A(z_A) ; B(z_B) ; C(z_C)</math> et <math>I(z_I)</math> sont trois points du plan complexe (P) .</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Le vecteur <math>\overrightarrow{AB}</math> a pour affixe <math>z_B - z_A</math> .</li> <li>❖ Le vecteur <math>k\overrightarrow{AB}</math> a pour affixe <math>k(z_B - z_A)</math> .</li> <li>❖ Le point <b>I</b> milieu de <math>[A, B]</math> a pour affixe <math>z_I = \frac{z_A + z_B}{2}</math> .</li> <li>❖ <math>\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}</math> ; (<math>k \in \mathbb{R}</math>) càd <math>z_C - z_A = k(z_B - z_A)</math> ou bien <math>\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = k \in \mathbb{R}</math> d'où les points A et B et C sont alignés ( avec <math>z_B - z_A \neq 0</math> )</li> </ul>	
Conjugué de $z = x + yi$ et Propriétés		<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>z' = x - yi</math> est appelé le conjugué de <math>z</math> on note <math>z' = \bar{z} = x - yi</math> .</li> <li>• <math>z + \bar{z} = 2x = 2 \operatorname{Re}(z)</math> et <math>z - \bar{z} = 2yi = 2 \operatorname{Im}(z)i</math> .</li> <li>• <math>\bar{\bar{z}} = z</math> et <math>z \times \bar{z} = x^2 + y^2</math> et <math>\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z}'</math> et <math>\overline{z \times z'} = \bar{z} \times \bar{z}'</math></li> <li>• (<math>z' \neq 0</math>) ; <math>\left(\frac{1}{z'}\right) = \frac{1}{z'}</math> ; <math>\left(\frac{z}{z'}\right) = \frac{\bar{z}}{\bar{z}'}</math> et <math>z^p = (\bar{z})^p</math> ; <math>p \in \mathbb{Z}</math> ( avec <math>z \neq 0</math> si <math>p \in \mathbb{Z}^-</math> )</li> </ul>
Module de $z = x + yi$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Le nombre réel positif <math>\sqrt{zz} = \sqrt{x^2 + y^2}</math> s'appelle le module de <math>z</math> sera noté <math> z  = \sqrt{zz} = \sqrt{x^2 + y^2}</math> .</li> <li>• Interprétation géométrique du module de <math>z</math> : <math> z  = \sqrt{x^2 + y^2} = \ \overrightarrow{OM}\ </math> avec M d'affixe <math>z = x + yi</math> .</li> <li>• D'où : <math>\ \overrightarrow{AB}\  = AB =  z_B - z_A </math> .</li> <li>• <math>\left \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right  = \frac{AB}{AC}</math> donc si on a <math>\left \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right  = \frac{AB}{AC} = 1</math> alors le triangle ABC est isocèle en A .</li> </ul>	
Propriétés du module	$ \bar{z}  =  -z  =  z  =  -\bar{z} $ $\left \frac{1}{z'}\right  = \frac{1}{ z' }$ ; $\left \frac{z}{z'}\right  = \frac{ z }{ z' }$ ( $z' \neq 0$ )	$ z + z'  \leq  z  +  z' $ $ z  = 0 \Leftrightarrow z = 0$ $ z \times z'  =  z  \times  z' $ $ z^p  =  z ^p$ , $p \in \mathbb{Z}$ et $z \neq 0$
Argument d'un nombre complexe non nul		<p><math>M_{(z)}</math> (<math>M_{(z)} \neq O</math> donc <math>z \neq 0</math>) est un point du plan complexe (P) est muni d'un repère orthonormé direct <math>(0, \vec{u}, \vec{v})</math> .</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Toute mesure <math>\alpha</math> de l'angle orienté <math>(\vec{u}, \vec{v})</math> s'appelle argument du nombre complexe <math>z</math> on note : <math>\arg(z) \equiv \alpha [2\pi]</math> ; d'où <math>\arg(z) \equiv (\vec{u}, \overrightarrow{OM}) [2\pi]</math> ou <math>\arg(z) = \alpha + 2k\pi</math> ; <math>k \in \mathbb{Z}</math></li> </ul>
Remarque	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>z = a &gt; 0</math> alors <math>\arg(a) \equiv 0 [2\pi]</math> et <math>z = a &lt; 0</math> alors <math>\arg(a) \equiv \pi [2\pi]</math> .</li> </ul>	



	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>z = bi</math> ; <math>b &gt; 0</math> alors <math>\arg(a) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]</math> et <math>z = bi</math> ; <math>b &lt; 0</math> alors <math>\arg(a) \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi]</math> .</li> <li>• <math>\arg(-z) \equiv \pi + \arg(z) [2\pi]</math> et <math>\arg(\bar{z}) \equiv -\arg(z) [2\pi]</math> ( sans oublier <math>z \neq 0</math> ) .</li> </ul>		
Propriétés des arguments	$\arg(z \times z') \equiv \arg z + \arg z' [2\pi]$	$p \in \mathbb{Z}$ ; $\arg(z^p) \equiv p \times \arg z [2\pi]$	
	$\arg\left(\frac{1}{z'}\right) \equiv -\arg z' [2\pi]$	$\arg\left(\frac{z}{z'}\right) \equiv \arg z - \arg z' [2\pi]$	
	Si $k > 0$ alors $\arg(kz) \equiv \arg(z) [2\pi]$	Si $k > 0$ alors $\arg(kz) \equiv \pi + \arg(z) [2\pi]$	
« écriture trigonométrique (forme trigonométrique) D'un nombre complexe non nul	$z = x + yi \in \mathbb{C}^*$ ; $(z \neq 0)$ tel que $\arg(z) \equiv \alpha [2\pi]$ ; $ z  = r$ . Le nombre complexe $z$ s'écrit de la forme suivante : $z =  z (\cos \alpha + i \sin \alpha)$ ou $z = \sqrt{x^2 + y^2}(\cos \alpha + i \sin \alpha)$ ou $z = [  z  , \arg(z) ]$ ou $z = [r, \alpha]$ chaque écriture s'appelle écriture trigonométrique ou forme trigonométrique du nombre complexe non nul $z$		
Remarque	$z = a > 0$ alors $z = [a, 0]$ , $z = a < 0$ alors $z = [-a, \pi]$ $z = bi$ ; $b > 0$ alors $[b, \frac{\pi}{2}]$ , $z = bi$ ; $b < 0$ alors $[b, -\frac{\pi}{2}]$		
Opérations sur les formes trigonométriques	Abraham de Moivre en 1736 	Les opérations	$z = [r, \alpha] = r(\cos \alpha + i \sin \alpha)$ , $z' = [r', \alpha'] = r'(\cos \alpha' + i \sin \alpha')$
		Produit : $z \times z'$	$z \times z' = [r, \alpha] \times [r', \alpha'] = [r \times r', \alpha \times \alpha']$ ou $zz' = r(\cos \alpha + i \sin \alpha) \times r'(\cos \alpha' + i \sin \alpha')$ $= rr'(\cos(\alpha + \alpha') + i \sin(\alpha + \alpha'))$
		Produit : $\underbrace{z \times z \times \dots \times z}_{n \text{ fois}} = z^n$	$z^n = [r, \alpha]^n = [r^n, n\alpha]$ $z^n = (r(\cos \alpha + i \sin \alpha))^n = r^n(\cos n\alpha + i \sin n\alpha)$ Cas particulier $r = 1$ : $[1, \alpha]^n = [1^n, n\alpha] = [1, n\alpha]$ ou encore $(\cos \alpha + i \sin \alpha)^n = (\cos n\alpha + i \sin n\alpha)$ formule de MOIVRE
		Inverse	$\frac{1}{z'} = \frac{1}{[r', \alpha']} = [r', -\alpha']$ ou $\frac{1}{z'} = \frac{1}{r'(\cos \alpha' + i \sin \alpha')} = \frac{1}{r'}(\cos(-\alpha') + i \sin(-\alpha'))$
		Quotient	$\frac{z}{z'} = \frac{[r, \alpha]}{[r', \alpha']} = \left[ \frac{r}{r'}, \alpha - \alpha' \right]$ ou $\frac{z}{z'} = \frac{r(\cos \alpha + i \sin \alpha)}{r'(\cos \alpha' + i \sin \alpha')} = \frac{r}{r'}(\cos(\alpha - \alpha') + i \sin(\alpha - \alpha'))$



Notation exponentielle ou écriture exponentielle D'un nombre complexe non nul	<ul style="list-style-type: none"> <li>• L'écriture trigonométrique de <math>z = [r, \alpha] = [ z , \arg z]</math> sera notée de la manière suivante <math>z = [r, \alpha] = r(\cos \alpha + i \sin \alpha) = re^{i\alpha}</math></li> <li>• <math>z = re^{i\alpha}</math> s'appelle l'écriture exponentielle ou la forme exponentielle de <math>z</math> non nul</li> <li>• propriétés : <math>(e^{i\alpha})^n = e^{in\alpha}</math> ; <math>\frac{e^{i\alpha}}{e^{i\beta}} = e^{i(\alpha-\beta)}</math> ; <math>\frac{1}{e^{i\beta}} = e^{-i\beta}</math> ; <math>e^{i\alpha} \times e^{i\beta} = e^{i(\alpha+\beta)}</math> avec <math>\alpha</math> et <math>\beta</math> de <math>\mathbb{R}</math> et <math>n \in \mathbb{Z}</math>.</li> </ul>
---	--

<b>Formules d' EULER</b> Leonhard EULER (Bâle 1707, Saint-Petersbourg 1783)	$\alpha \in \mathbb{R}$ on pose $z = [r, \alpha] = r(\cos \alpha + i \sin \alpha)$ on a : $\begin{cases} \cos \alpha = \frac{z + \bar{z}}{2} = \frac{e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}}{2} \\ \sin \alpha = \frac{z - \bar{z}}{2i} = \frac{e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}}{2i} \end{cases}$ on les appelle formules d' EULER
 La notation i fut introduite par Euler, le grand mathématicien suisse. Dans ce livre, on notera j à la place de i, notation utilisée pour l'intensité en électricité.	Remarque : avec $z = \cos \alpha + i \sin \alpha = e^{i\alpha}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>e^{in\alpha} + e^{-in\alpha} = z^n + (\bar{z})^n = 2 \cos n\alpha</math></li> <li>• <math>e^{in\alpha} - e^{-in\alpha} = z^n - (\bar{z})^n = 2i \sin n\alpha</math>.</li> <li>• <math>e^{in\alpha} \times e^{-in\alpha} = z^n \times (\bar{z})^n = 1</math></li> </ul>

Equation du deuxième degré de la forme  $z \in \mathbb{C} / z^2 = a$

$a = 0$ alors $S = \{0\}$	$a > 0$ alors $S = \{\sqrt{a}, -\sqrt{a}\}$	$a < 0$ alors $S = \{i\sqrt{-a}, -i\sqrt{-a}\}$
---------------------------	---	---

Equation du 2<sup>ème</sup> degré de la forme  $z \in \mathbb{C} / az^2 + bz + c = 0$  ;  $a \in \mathbb{R}^*$   $b \in \mathbb{R}$  et  $c \in \mathbb{R}$  avec  $\Delta = b^2 - 4ac$

<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\Delta = 0</math> donc <math>S = \left\{ \frac{-b}{2a} \right\}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\Delta &gt; 0</math> donc deux solutions réelles : <math>z_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}</math> et <math>z_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}</math>.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\Delta &lt; 0</math> donc deux solutions complexes conjuguées : <math>z_1 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a}</math> et <math>z_2 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a}</math></li> </ul>

<b>Remarques:</b> factorisation de $az^2 + bz + c$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>z_1 + z_2 = -\frac{b}{a}</math> et <math>z_1 \times z_2 = \frac{c}{a}</math>.</li> <li>• <math>\Delta \neq 0</math> alors <math>az^2 + bz + c = a(z - z_1)(z - z_2)</math>.</li> <li>• <math>\Delta = 0</math> alors <math>az^2 + bz + c = a(z - z_1)^2</math></li> </ul>
--	--

Ecriture complexe des transformations ( noté T ou bien f): translation – homothétie - rotation

Transformation f dans le plan complexe qui transforme le point $M_{(z)}$ au point $M'_{(z')}$	
$f : (P) \rightarrow (P)$ C'est-à-dire $M_{(z)} \mapsto f(M_{(z)}) = M'_{(z')}$	On donne T ou bien f Donc <b>il faut déterminer</b>



la nature de T ou bien f et Ses éléments caractéristiques

Rappel Transformation est :	Ecriture complexe	Transformation donnée de la forme f transforme le point $M(z)$ au point $M'(z')$ avec $z' = az + b$ ; $(a, b \in \mathbb{C})$ Le programme se limite à trois cas ( les valeurs de a )
<p>Translation : <math>f = t_{\vec{u}}</math>  <math>f(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{u}</math></p>	<p><math>z' - z = b</math>                      ou bien  <math>z' = z + b</math></p>	<p>1<sup>er</sup> cas <math>a = 1</math> on a : <math>z' = z + b</math>                      Nature de la transformation : f est une <b>Translation</b>                      Eléments caractéristiques :                      • b est l'affixe du vecteur <math>\vec{u}</math> de la translation f .</p>
<p>Homothétie : <math>f = h(\Omega, k)</math>  <math>\Omega</math> centre de l'homothétie                      k rapport de l'homothétie                      définition :  <math>f(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{\Omega M'} = k \overrightarrow{\Omega M}</math></p>	<p><math>z' - \omega = k(z - \omega)</math>                      ou bien  <math>z' = kz + b</math>                      (<math>b = \omega - k\omega \in \mathbb{C}</math>)</p>	<p>2<sup>ème</sup> cas <math>a = k \in \mathbb{R}^* \setminus \{1\}</math> on a : <math>z' = kz + b</math>                      Nature de la transformation f : f est une <b>Homothétie</b>                      Eléments caractéristiques :                      • k rapport de l'homothétie f                      • <math>\omega = \frac{b}{1-k} = \frac{b}{1-a}</math> est l'affixe du centre <math>\Omega</math> de l'homothétie f                      • Remarque : <math>\Omega</math> est invariant par f donc <math>f(\Omega) = \Omega</math>                      D'où : <math>z' = kz + b \Leftrightarrow \omega = k\omega + b</math> donc <math>\omega = \frac{b}{1-k}</math></p>
<p>Rotation : <math>f = r(\Omega, \alpha)</math>  <math>\Omega</math> centre de l'homothétie  <math>\alpha</math> angle de rotation                      définition :  <math>f(M) = M' \Leftrightarrow</math>  <math>\begin{cases} \overrightarrow{\Omega M'} = \overrightarrow{\Omega M} \\ \left( \overrightarrow{\Omega M}, \overrightarrow{\Omega M'} \right) \equiv \alpha \pmod{2\pi} \end{cases}</math></p>	<p><math>z' - \omega = (z - \omega)e^{i\alpha}</math>                      ou bien  <math>z' = e^{i\alpha}z + b</math>                      (<math>b = \omega - \omega e^{i\alpha}</math>)</p>	<p>3<sup>ème</sup> cas <math> a  = 1</math> on a : <math>z' = e^{i\alpha}z + b</math>                      ou <math>z' = az + b = (\cos \alpha + i \sin \alpha)z + b</math>                      ou <math>z' = (x + yi)z + b</math> ; (avec <math> x + yi  = 1</math>)                      Nature de la transformation f : f est une <b>Rotation</b>                      Eléments caractéristiques :                      • <math>\alpha</math> ou <math>\arg(x + yi)</math> est l'angle de la rotation .                      • Ou  <math>\omega = \frac{b}{1-a} = \frac{b}{1-e^{i\theta}} = \frac{b}{1-(\cos \alpha + i \sin \alpha)} = \frac{b}{1-(x + yi)}</math>  <math>\omega = \frac{b}{1-a} = \frac{b}{1-e^{i\theta}}</math> est l'affixe du centre <math>\Omega</math> de la rotation f                      • Remarque :                      ❖ <math>\Omega</math> est invariant par f donc <math>f(\Omega) = \Omega</math>                      D'où : <math>z' = az + b \Leftrightarrow \omega = k\omega + b</math> donc <math>\omega = \frac{b}{1-a}</math> .                      ❖ De même : <math>\alpha \equiv \arg\left(\frac{z' - \omega}{z - \omega}\right) \pmod{2\pi}</math></p>



la géométrie et Les nombres complexes

A et B et C et D et I cinq points du plan complexe tel que leurs affixes sont  $z_A$  et  $z_B$  et  $z_C$  et  $z_D$  et  $z_I$

<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\ \vec{AB}\  = AB =  z_B - z_A </math></li> <li>• <math>z_I = \frac{z_A + z_B}{2}</math> affixe de I milieu de [AB]</li> </ul>	Mesure de $(\vec{u}, \vec{AB})$ est : $(\vec{u}, \vec{AB}) \equiv \arg(z_B - z_A) [2\pi]$
$\vec{AC} = k\vec{AB} \Leftrightarrow z_C - z_A = k(z_B - z_A)$ $\Leftrightarrow \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = k \in \mathbb{R} \quad ; (A \neq B)$	Mesure de $(\vec{AB}, \vec{CD})$ est : $(\vec{AB}, \vec{CD}) \equiv \arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) [2\pi]$
A et B et C sont alignés équivaut à : $(\arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right) \equiv \pi [2\pi])$ ou $\arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right) \equiv 0 [2\pi]$ Remarque : $\left(\arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right) \equiv 0 [2\pi] \text{ ou } \arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right) \equiv \pi [2\pi]\right)$ équivaut à $\arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right) \equiv 0 [\pi]$	$z_u$ et $z_v$ affixes des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ on a $(\vec{u}, \vec{v}) \equiv \arg(z_u) - \arg(z_v) [2\pi]$ ou $(\vec{u}, \vec{v}) \equiv \arg\left(\frac{z_v}{z_u}\right) [2\pi]$
$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires équivaut $\frac{z_u}{z_v} \in \mathbb{R} \quad (z_v \neq 0)$ $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux équivaut $\Leftrightarrow \frac{z_v}{z_u} = bi ; (b \in \mathbb{R}^*) \quad (z_v \neq 0)$ $\Leftrightarrow \arg\left(\frac{z_v}{z_u}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [\pi]$	A et B et C et D sont alignés ou cocycliques équivaut à $\frac{z_D - z_A}{z_B - z_A} \times \frac{z_B - z_C}{z_D - z_C} \in \mathbb{R}$
$(AB) // (CD) \Leftrightarrow \arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) \equiv \pi [2\pi] \text{ ou } \arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) \equiv 0 [2\pi]$ $\Leftrightarrow \arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) \equiv 0 [\pi]$	$(AB) \perp (CD) \Leftrightarrow (\vec{AB}, \vec{CD}) \equiv \frac{\pi}{2} [\pi]$ $\Leftrightarrow \arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [\pi]$

Relation complexe	Signification géométrique
L'ensemble des M d'affixe z tel que : $ z - z_A  =  z - z_B $	1. $AM = BM$ . M appartient à la médiatrice du segment [AB]. 2. L'ensemble des M c'est la médiatrice du segment [AB].
$ z - z_A  = k \quad (k > 0)$	1. $AM = k$ 2. M appartient au cercle de centre A et de rayon k .
$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \left[ r; \pm \frac{\pi}{2} \right] = re^{\pm \frac{\pi}{2}i}$	• Si $r \in \mathbb{R}^* \setminus \{1\}$ alors ABC est un triangle rectangle en A . • Si $r = 1$ alors ABC est un triangle rectangle et isocèle en A .
$\left  \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \right  = 1$	alors ABC est un triangle isocèle en A .
$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \left[ 1; \pm \frac{\pi}{3} \right] = e^{\pm \frac{\pi}{3}i}$	alors ABC est un triangle équilatéral .